

等高线形状变化规律的研究

黄培之

(深圳大学信息工程学院, 深圳 518060)

摘要 为了准确地从地图上获取地形高程信息,在对等高线形状的变化规律进行深入研究的基础上,首先从理论上论述了等高线形状变化的相似性规律;然后根据该规律研究出了描述等高线相似性传递的2维整体内插模型;最后利用该模型分析了现有的图形内插算法,并提出了基于物理场概念的等高线相似性传递模型。为了验证该模型的应用效果,分别对一模拟数据和一实际等高线数据进行了实验,实验结果表明基于物理场概念的等高线相似性传递模型不受初始等高线形状限制,在初始等高线光滑性较差时也能够有效地获取描述3维地形高程起伏变化规律的等高线信息。

关键词 相似性 等高线 内插模型 3维地形

中图分类号: TP391.41 P28 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2006)01-0103-04

Study on the Similarity of Contour Shape

HUANG Pei-zhi

(College of Information Engineering Shenzhen University, Shenzhen 518060)

Abstract Contour line is a kind of map symbols, with which 3D terrain can be recorded on 2D map. Map users know the elevation of terrain with the change of contour line. The changes of contour line means local change and whole change. The latter is also called shape change, and it contains more information of terrain. There are many studies on local change of contour line, and a lot of achievements have been made, such as curvature analysis, dominant points detection, and so on. There are little studies on whole change of contour line, which leads to some problems related to whole terrain remaining unsolved. After studying on shape change of contour line deeply, the author concludes the similarity rule for shape change of contour lines. It provides a new way to interpolate contour line with two neighboring contour lines. Besides, the methods put forwards in this paper can be used to reconstruct 3D terrain surface with contour data. Experimental results show that the new methods can interpolate contour line effectively.

Keywords similarity, contour line, interpolation model, 3D terrain

1 引言

地图作为空间信息表达的重要手段在人类社会及经济生活中起到了重要的作用。它是通过各种地图符号将分布于2维、3维空间上的地形信息记录下来,正确地传递给地图用户。由于等高线是一种常用的记录3维地形高程起伏变化的地图符号,它可通过自身的形态和形状的变化来描述3维地形高

程的起伏变化,因此,研究描述等高线形态和形状的变化规律对于获取3维空间信息具有特别重要的意义。长期以来,研究人员对单条等高线的形态变化(如曲率、复杂度等)进行了大量的研究,并取得了一定的成果,而对等高线形状、等高线之间变化关系的研究则相对较少^[1-4]。这就使得实际工作中的有些问题不能够得到很好的解决,如等高线整体内插、地形整体特征的获取等^[1]。本文针对等高线的形状及其变化规律进行了专门的研究,即利用图形形

基金项目:教育部留学回国人员科研启动基金资助项目(教外司留(2003)14);广东省高校自然科学研究经费资助项目(703069)

收稿日期:2004-09-13; **改回日期:**2005-04-01

第一作者简介:黄培之(1963~),男,1996年获武汉测绘科技大学摄影测量与遥感专业博士学位,现为深圳大学副教授。长期从事数字制图、地理信息系统、空间数据可视化等方向的研究工作。在国内外核心期刊发表学术论文40余篇。E-mail: hpz@szu.edu.cn

状相似性原理来分析等高线的变化规律,并在建立描述 3 维地形高程起伏变化的模型方面做了一些研究工作。

2 等高线相似性分析

理论上来说,地表曲面可以用一个 3 维函数表示,如式(1)所示

$$z = f(x, y) \quad (1)$$

根据等高线的定义可以知道,等高线是水平面与地表曲面的交线^[5]。假设一水平面如式(2)所示

$$z = h \quad (2)$$

其中, h 为常数。

则根据式(1)、式(2)可得以下高程值为常数 h 的等高线的解析表达式:

$$h = f(x, y) \quad (3)$$

当式(3)中的 h 取不同值时,则可以得到不同高程值的等高线。当 h 分别取值为 h_1 和 h_2 时,可以得到两条等高线。分析这两条等高线可以发现,当其高程值的差异较小时,则这两条等高线的差异(形状和大小)也较小;反之,这两条等高线的形状则差异较大。

利用上述方法对两条相邻等高线之间的地形进行分析可以知道,当水平面的高程值 h 从 h_1 逐渐变化到 h_2 时,中间等高线(高程值介于 h_1 、 h_2 的水平面与地表曲面的交线)的形状从等高线 I(高程值为 h_1 的等高线)的形状逐渐变化到等高线 II(高程值为 h_2 的等高线)的形状。在这一变化过程中,中间等高线的形状与两条等高线各自的形状的相似性随它们之间高程差异的增加而减弱,同时随它们之间高程差异的减小而增加。因此,相邻等高线形状的变化间接地反映了等高线之间的 3 维地形高程起伏变化。

3 等高线相似性传递模型的建立

3.1 等高线相似性传递的 2 维整体内插模型

从上述分析可以知道,相邻等高线形状的相似性随高程差异的增加而减弱,同时随高程差异的减小而增强。这种关系反映在 2 维平面上则为相邻等高线形状的相似性随等高距的增加而减弱,同时随等高距的减小而增强。现行的 2 维等高线分析中,通常采用 2 维图形内插的策略来实现两条相邻等高线之间地形的再现。这种用 2 维图形内插技术再现

的图形相似性关系可以用以下模型进行描述。

设两条已知等高线分别为等高线 I 和等高线 II,其中等高线 I 为 $P = \{p_i, i = 1, 2, \dots, n\}$, 等高线 II 为 $Q = \{q_i, i = 1, 2, \dots, m\}$ 。则描述这两条等高线之间的地形变化的任意一条等高线 $T = \{t_i, i = 1, 2, \dots, k\}$ 可由下式获得

$$T = WP + \hat{W}Q \quad (4)$$

其中, W, \hat{W} 为权函数矩阵,用于描述图形相似性关系。

直接用组成图形的各个点的平面坐标表示为

$$\begin{cases} x_k^T = \sum_{i=1}^n (s_{x_k, p_i}^{T, P} x_i^P + s_{x_k, y_i}^{T, P} y_i^P) + \sum_{j=1}^m (s_{x_k, x_j}^{T, Q} x_j^Q + s_{x_k, y_j}^{T, Q} y_j^Q) \\ y_k^T = \sum_{i=1}^n (s_{y_k, p_i}^{T, P} x_i^P + s_{y_k, y_i}^{T, P} y_i^P) + \sum_{j=1}^m (s_{y_k, x_j}^{T, Q} x_j^Q + s_{y_k, y_j}^{T, Q} y_j^Q) \end{cases} \quad (5)$$

其中, $k = 1, 2, \dots, k$, (x^T, y^T) 为等高线 T 上的任意一点。 s 为描述图形相似性关系的系数($s_{x_k, p_i}^{T, P}$ 表示等高线 T 上第 k 个点的 x 坐标与等高线 P 上第 i 个点的 y 坐标的相关系数)

式(5)表示描述两条等高线之间的地形变化,其任意一条等高线上的任一点的位置均与两条等高线的各个点的位置有关,而系数 s 的取值则决定着模型与实际地形的差异程度。由于 3 维地形高程起伏变化十分复杂,式(4)、式(5)中描述图形相似性关系的系数 s 难以精确确定,因此,在实际工作中通常采用取近似值的办法^[5,6],即实际工作中通常采用的内插模型实际上与整体内插模型差别很大,且多数属于局部内插模型,同时由它们内插获得的结果有时不太理想。尤其当初始曲线不太光滑时,这一弊端更为突出^[6]。

3.2 基于场概念的等高线相似性传递模型的研究

由于 3 维地形高程起伏变化十分复杂,使得 2 维等高线图形整体内插难以实现,因此,现有的 2 维图形的内插算法皆采用局部内插算法。由于局部内插算法不能够顾及等高线图形形状的整体变化规律,因此由该类算法获得的中间等高线所表示的两条相邻等高线之间的地形与实际地形起伏变化存在着一定的差异,对于地形变化复杂区域,甚至会产生错误。

由物理学原理知道,某些物理场(重力场、电能场等)的场强度等值线与产生该物理场的场源形状具有相似性,并且其相似性随场强度等值线距场源的平面距离的增加(减少)而单调减少(或增加)^[7,8]。该种关系反映到场强等值线上就是场强

度等值线形状的差异随场强度值的增加(或减少)而单调减弱(增强)。

通过地形变化规律和物理学中的场强度模型以及等高线形状变化与场强度等值线变化的分析可以看出,它们有着相同的变化规律,因此可以借助物理学中的场强度模型来研究分析等高线的变化规律。具体方法如下:

设两相邻等高线分别为 c_1 和 c_2 , 若将其视为均匀分布着一定数量电荷的两个带电体, 则根据电学知识可以知道, 在 c_1 和 c_2 之间的环形区域可以形成一个电势场。该电势场中任意一点的场强度可由式(6)获得^[7]

$$v_i = \int_{c_1} \frac{1}{r} dr - \int_{c_2} \frac{1}{r} dr \tag{6}$$

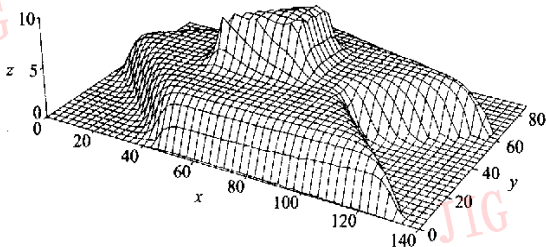
其中, r 为电势场中任意一点到场源曲线 c_1 (或 c_2)

上点电荷的距离。

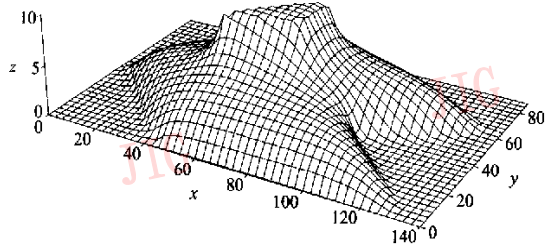
分析式(6)可以知道, 由于电势场强度与距场源的距离 r 成反比, 因此, 由式(6)计算出的电势场强度在当到场源的距离 r 小于某一阈值 T 时, 其场强度变化很大; 而当距场源距离 r 大于该阈值时, 其场强度变化较为平缓(见图 1(a))。显然, 直接用电势场强度模型式(6)来模拟地形变化实现等高线内插是不合适的。对电势场强度模型和地形变化规律进行研究可以知道, 通过适当地选择式(7)中伴随至场源的距离 r 变化的函数 $f(r)$ 来模拟地形变化, 就可以较好地实现两相邻等高线之间地形的中间等高线内插(见图 1(b))。

$$v_i = \int_{c_1} f(r) dr - \int_{c_2} f(r) dr \tag{7}$$

其中, $f(r)$ 是随到场源的距离 r 变化的函数。



(a) 电势场场强度变化 3 维模型



(b) 用合适的 $f(r)$ 模拟的 3 维场强模型

图 1 基于场强度模型的模拟

Fig. 1 3D Potential field model and modified potential field model

根据上述原理, 通过适当地选择式(7)中的伴随至场源的距离 r 而变化的函数 $f(r)$ 就可以获得与地形变化规律相同的场强度模型, 再经等值线内插就可获得一系列与等高线具有相同变化规律的 2 维图形^[6,8]。本文实验中选择指数函数 $1/u^r$ (u 为常数) 来模拟地形的变化规律。显然, 电荷分布均匀度直接影响到所获得电势场强度模型与两条等高线形状变化的关系, 该问题正在研究之中。

4 实验结果

根据文中所述原理, 作者设计了两个形状差异较大的非光滑闭合曲线(见图 2(a) 中图形 I 和 II) 作为实验初始数据。实验中, 首先采用在初始图形上均匀分布一定数量电荷的场强度模型, 选择指数函数 $1/u^r$ (u 为常数) 作为式(7)中的函数 $f(r)$; 然后由式(7)建立 3 维场强度模型(见图 1(b)), 再由

3 维场强度模型经过内插等值线即可获得一系列 2 维图形(见图 2(b)), 该图形即反映了初始图形 I 到图形 II 的相似性变化关系。从模拟数据实验结果(见图 2(b)) 可以看到, 尽管模拟数据光滑性极差, 但所得到的实验结果能够很好地描述这两个图形形状之间的相似性变化关系。用同样方法对一实际相邻的等高线数据进行实验, 即可获得描述其环形区域内地形变化情况的等高线(见图 3)。

5 结论

等高线是一种常用的记录 3 维地形高程起伏变化的地图符号, 它是通过自身的形态和形状的变化来描述 3 维地形高程起伏变化。本文着重研究了等高线形状的变化规律, 并论述了等高线形状变化的相似性传递规律。该规律为获取 3 维地形起伏变化信息提供了新的途径。借助该思想本文还研究了基

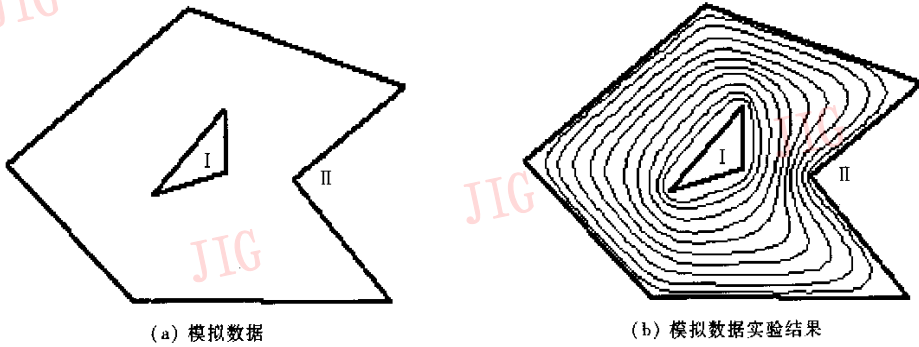


图 2 模拟数据 2 维图形相似性变化关系

Fig. 2 Similarity relation between two 2D shape change for a test data

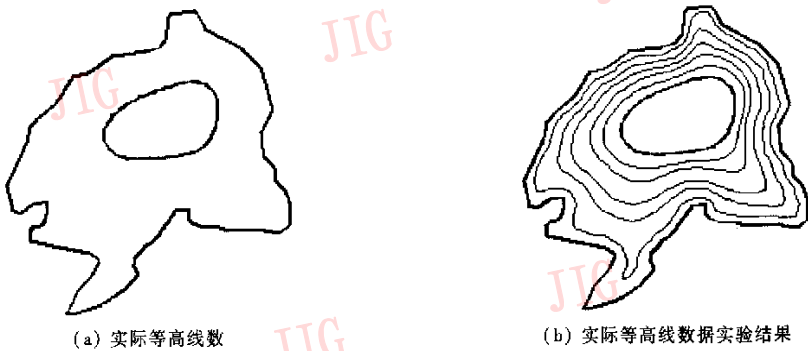


图 3 等高线数据 2 维图形相似性变化关系

Fig. 3 Similarity relation between neighboring contour line

于等高线形状相似性传递规律的 3 维地形起伏变化信息的获取方法和模型,并提出了基于物理场概念的等高线相似性传递模型。实验结果表明,该模型可以有效地获取 3 维地形起伏变化的信息,同时它有着不受初始等高线形状限制和在初始等高线光滑性较差时也能够有效地获取 3 维地形起伏变化信息等优点。

参考文献 (References)

- 1 HUANG Pei-zhi, LAI P C. The detection of significant points and simplification of digital curves[J]. Journal of Geographic Information Science, 2001, 7(2) : 131 ~ 136.
- 2 HUANG Pei-zhi. A new method for extracting terrain feature lines from digitized terrain data[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2001, 26(3):247 ~ 252. [黄培之. 提取山脊线和山谷线的一种新方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2001, 26(3):247 ~ 252.]
- 3 FEI Li-fan. A test for a group of contour lines generation[J]. Journal

- of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, 1993, 18(supplement): 6 ~ 12. [费立凡. 地形图等高线成组综合的试验[J]. 武汉测绘科技大学学报, 1993, 18(增刊): 6 ~ 12.]
- 4 CHEN Xiao-yong. The theory of morphology and its application in the automatic generation of DEM with CCD scanned contour line map data [D]. Wuhan: Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, 1993. [陈晓勇. 数学形态学理论和模型的若干扩展及在 CCD 扫描等高线图的 DEM 自动建立中的应用[D]. 武汉:武汉测绘科技大学, 1990.]
- 5 WANG Zhi-zhou. Principles of photogrammetry (with remote sensing) [M]. Beijing: Publishing House of Surveying and Mapping, 1990.
- 6 LAI Poh-chin, HUANG Pei-zhi. A global method for 2D shape interpolation[J]. Chinese Journal of Computers, 1999, 22(2): 165 ~ 170. [LAI P C, 黄培之. 2D 几何图形整体内插的一种方法[J]. 计算机学报, 1999, 22(2):165 ~ 170.]
- 7 Douglas C. Giancoli. Physics for scientists and engineers Vol. 2 [M]. New York: Prentice Hall, 1989.
- 8 LAI P C, HUANG Pei-zhi. A modified potential field for shape interpolation[J]. Geographic Information Sciences, 1999, 5(1): 58 ~ 64.